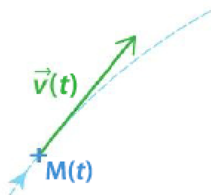
Révisions

Vecteur vitesse d'un système

- L'objet dont on étudie le mouvement est nommé **système** et est modélisé par un point.
- La **vitesse moyenne** v d'un système se calcule en divisant la distance d parcourue par la durée Δt du parcours : $v = \dfrac{d}{\Delta t}$.
- Le **vecteur vitesse instantanée** est défini à chaque instant du mouvement.

Les caractéristiques de ce vecteur sont les suivantes ;
– **direction** : tangente à la trajectoire au point étudié ;
– **sens** : le sens du mouvement ;
– **norme** : la valeur de la vitesse instantanée en ce point.



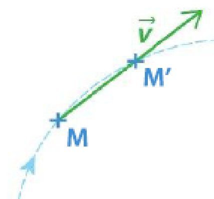
- Si le point est en M à la date t, en M′ à la date $t + \Delta t$, on peut construire approximativement le vecteur vitesse instantanée :

$$\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

Plus Δt est petite, meilleure est l'approximation.

- **Vecteur vitesse** $\vec{v}$

Lors d'une construction sur une chronophotographie, une **échelle** doit être définie pour représenter les vecteurs vitesse. On la précise ainsi :
« 1 cm sur le dessin représente x m·s^{-1} dans la réalité ».



Forces

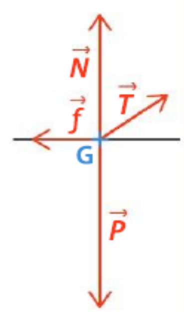
- Les interactions entre objets sont modélisées par des **forces**, représentées par des **vecteurs** dont la norme est en newtons (N).
- Forces vues en Seconde : poids et force gravitationnelle, forces modélisant les actions de supports et de fils.
- Forces vues en Première : force électrostatique, forces pressantes.

Chapitres 9 et 10

Exemples

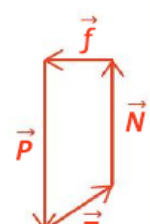
Forces vues en Seconde

Le système étudié est la planche et les seaux, modélisés par le point G.
Le système subit son poids $\vec{P}$, la tension du fil $\vec{T}$ et la réaction du sol, décomposée en une réaction normale $\vec{N}$ et une force de frottements $\vec{f}$.



Principe d'inertie

La somme des forces est nulle, comme le montre la construction ci-contre. Le mouvement du système est donc rectiligne et uniforme.



Principe d'inertie

- Soit un système sur lequel s'exercent des forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, etc. Dont la somme est $\vec{F}_{tot}$. Le **principe d'inertie** vu en Seconde contient notamment les deux implications suivantes :

– si $\vec{F}_{tot} = \vec{0}$ alors le système est en mouvement rectiligne et uniforme (le vecteur vitesse $\vec{v}$ du système est constant) ;
– si $\vec{F}_{tot} \neq \vec{0}$ alors le système n'est pas en mouvement rectiligne et uniforme (le vecteur vitesse $\vec{v}$ du système varie) (doc. ci-dessous).

Leurs réciproques sont également vraies.
Ceci est valable dans certains référentiels qualifiés de **galiléens**.

Doc. Chute libre

Un système est en **chute libre** s'il n'est soumis qu'à son poids $\vec{P}$ vertical et orienté vers le bas.
Dans ce cas, les vecteurs vitesses aux instants t et t + Δt sont tous les deux orientés verticalement vers le bas. En norme, $v(t + \Delta t)$ sera supérieur à $v(t)$.

MaThs

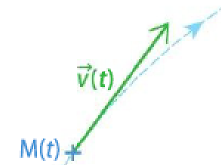
Manipulation des vecteurs :
– somme de vecteurs ;
– multiplication d'un vecteur par un nombre ;
– soustraction de vecteurs.

Fiche 9 p. 434.

1 Vitesse et variation de vitesse

a. Vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$

Le **vecteur vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ (ou vecteur vitesse) d'un point M mobile au cours du temps t a une direction tangente à la trajectoire au point étudié et il est orienté dans le sens du mouvement (doc. 1).



Doc. 1 Le vecteur vitesse instantanée.

Le mouvement de M peut être connu en enregistrant ses positions successives M(t) à intervalles de temps Δt égaux et petits.
Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ peut alors se construire approximativement comme la vitesse moyenne entre deux points proches, en utilisant l'une des méthodes suivantes.

① Vitesse moyenne entre « le point d'avant et le point d'après » (doc. 2a)

$$\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{M(t-\Delta t)M(t+\Delta t)}}{2\Delta t}$$

② Vitesse moyenne entre « le point actuel et le point d'après » (doc. 2b)

$$\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{M(t)M(t+\Delta t)}}{\Delta t}$$

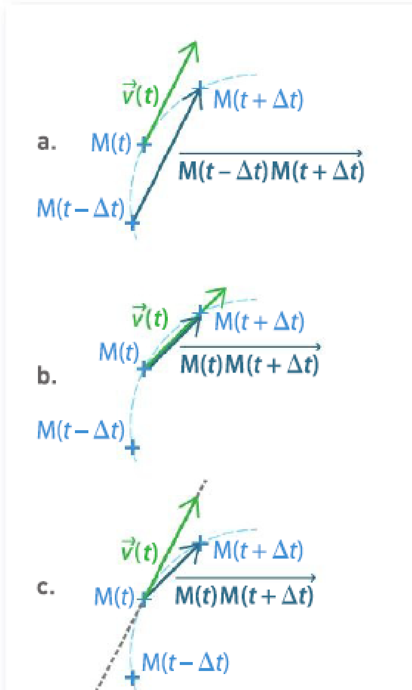
La première méthode donne souvent un meilleur résultat que la deuxième pour la direction et la norme de $\vec{v}(t)$, mais est plus fastidieuse.

③ On peut aussi déterminer la norme de la vitesse par :

$$v(t) = \frac{M(t)M(t+\Delta t)}{\Delta t}$$

et tracer le vecteur vitesse tangent à la trajectoire (doc. 2c).

Pour représenter le vecteur vitesse en un point, il faut donner une échelle de représentation des vitesses.



Doc. 2 Construction d'un vecteur vitesse instantanée selon trois méthodes.

b. Variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t)$

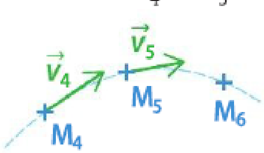
Soit un système de vecteur vitesse $\vec{v}(t)$. La **variation du vecteur vitesse** entre les dates t et $t + \Delta t$ du système est :

$$\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$$

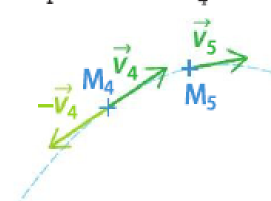
Exemples

On veut construire $\Delta\vec{v}(t)$ au point M_4.

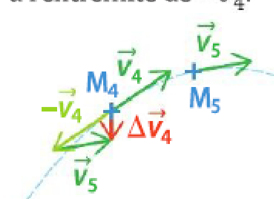
- On a les vecteurs vitesse en M_4 et M_5.



- On construit $-\vec{v}_4$ en partant de M_4.



- On reporte $\vec{v}_5$ à l'extrémité de $-\vec{v}_4$.



- On peut aussi utiliser les coordonnées des vecteurs vitesses pour déterminer les coordonnées de $\Delta\vec{v}(t)$.

Si on connaît les coordonnées du vecteur $\vec{v}_4\begin{pmatrix}v_{4x}\\ v_{4y}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}_5\begin{pmatrix}v_{5x}\\ v_{5y}\end{pmatrix}$, alors on peut calculer les coordonnées de $\Delta\vec{v}_4 = \begin{pmatrix}v_{5x} - v_{4x}\\ v_{5y} - v_{4y}\end{pmatrix}$.

Exercice 24 p. 253

Vocabulaire

- On nomme parfois $\overrightarrow{M(t)M(t+\Delta t)}$ le vecteur déplacement de M entre les dates t et $t + \Delta t$.

MaThs

Somme et différence de vecteurs.

Fiche 9 p. 434

2 Somme des forces appliquées à un système

Un système soumis à plusieurs forces se comporte comme s'il ne subissait qu'une force unique.

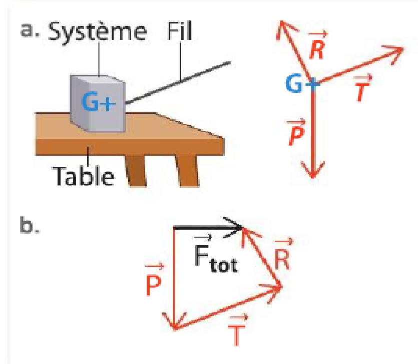
La **somme des forces** (notée $\vec{F}_{tot}$) se calcule en additionnant toutes les forces (notées $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, etc.) exercées sur le système :

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 ...$$

On construit la somme des forces, en additionnant les vecteurs forces qui s'appliquent au système (doc. 3).

On calcule les coordonnées de la somme des forces en ajoutant les différentes coordonnées de chacune des forces.

Lorsque le système subit plusieurs forces dont la somme est nulle ($\vec{F}_{tot} = \vec{0}$), on dit que les forces subies par le système **se compensent**.



Doc. 3 **a.** Un objet posé sur une table et les forces subies : son poids $\vec{P}$, la réaction du support $\vec{R}$ et la tension du fil $\vec{T}$.
b. Construction de la somme des forces.

3 Relation entre forces et variation du vecteur vitesse

a. Expression approchée de la deuxième loi de Newton

La relation approchée existant entre la somme des forces $\vec{F}_{tot}$ exercées sur un système de masse m et son vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}(t)$ entre la date t et la date $t + \Delta t$ est :

$$\vec{F}_{tot} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$$

F_{tot} en newtons (N)
m en kilogrammes (kg)
Δv en mètres par seconde ($m{\cdot}s^{-1}$)
Δt en secondes (s)

La variation du vecteur vitesse et la somme des forces appliquées à ce système ont donc **le même sens et la même direction**.

Doc. 4 Isaac Newton (1643-1727).

On nommera par la suite cette relation **deuxième loi de Newton** même si cela n'en est qu'une version approchée (doc. 4). Elle n'est valable que dans certains référentiels qualifiés de **galiléens**.
En pratique, dans ce chapitre, la valeur de Δt sera souvent donnée.

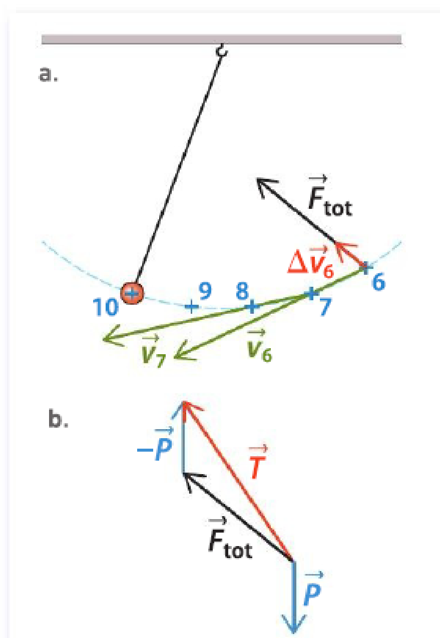
b. Utilisation : du mouvement aux forces

Lorsque le mouvement du système est connu, la variation du vecteur vitesse permet d'estimer la somme des forces appliquée au système.

Exemple

Considérons un pendule constitué d'une bille en oscillation au bout d'un fil. Si l'action de l'air est négligée, la bille subit uniquement son poids $\vec{P}$, force connue, et la tension du fil $\vec{T}$, force de norme inconnue.
La chronophotographie permet, en tout point de la trajectoire de la bille, de construire la variation de son vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t)$ et de mesurer sa norme $\Delta v(t)$ (doc. 5a). La somme des forces $\vec{F}_{tot}$ à l'instant considéré a pour norme : $F_{tot} = m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$. Sa direction et son sens sont ceux de $\Delta\vec{v}(t)$.
Le vecteur $\vec{F}_{tot}$ peut être représenté en définissant une échelle de représentation des forces.
On peut ensuite en déduire $\vec{T}$ à cet instant (doc. 5b) : $\vec{T} = \vec{F}_{tot} - \vec{P}$.

Exercice 34 p. 254



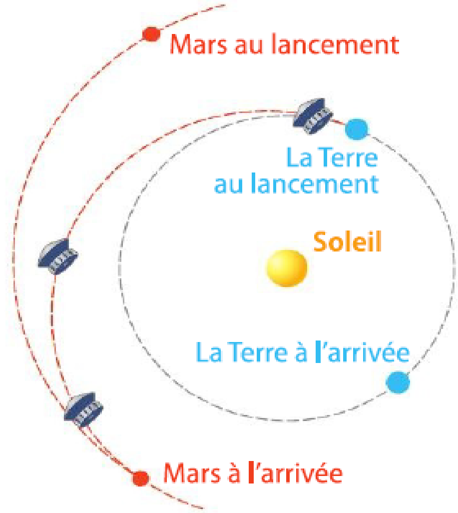
Doc. 5 Pour un pendule :
a. construction de $\Delta\vec{v}_6$ puis de $\vec{F}_{tot}$;
b. construction de $\vec{T} = \vec{F}_{tot} - \vec{P}$.

c. Utilisation : des forces au mouvement

Lorsque l'on connaît les forces qui s'appliquent sur le système, on peut en déduire leur somme $\vec{F}_{tot}$, puis estimer la variation du vecteur vitesse :

$$\Delta\vec{v}(t) = \frac{\Delta t}{m}\,\vec{F}_{tot}$$

Cela permet de simuler l'évolution d'un système à des échelles d'espace ou de temps peu accessibles à l'expérimentation (doc. 6).



Doc. 6 Calcul de trajectoires.
La trajectoire de la sonde *Mars Science Laboratory* (qui apporta en 2012 sur le sol martien l'astromobile Curiosity) a été prévue par simulations numériques.

Principe de la simulation numérique

Si on connaît, à un instant t, la somme des forces $\vec{F}_{tot}$ subies par le système, sa position $\overrightarrow{OM}(t)$ et sa vitesse $\vec{v}(t)$, on peut les déterminer à l'instant $t + \Delta t$.

- La variation du vecteur vitesse s'écrit $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$, donc le vecteur vitesse à l'instant $t + \Delta t$ est $\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \Delta\vec{v}(t)$.
- Or, d'après la deuxième loi de Newton, $\Delta\vec{v}(t) = \frac{\Delta t}{m}\vec{F}_{tot}$.
- On en déduit $\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \frac{\Delta t}{m}\vec{F}_{tot}$.
- De plus, le vecteur vitesse peut s'écrire $\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{M(t)M(t + \Delta t)}}{\Delta t}$, donc est lié au vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ par :

$$\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{OM}(t + \Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}$$

On en déduit le vecteur position à l'instant $t + \Delta t$:

$$\overrightarrow{OM}(t + \Delta t) = \overrightarrow{OM}(t) + \vec{v}(t)\Delta t$$

On obtient ainsi les vecteurs $\vec{v}(t + \Delta t)$ et $\overrightarrow{OM}(t + \Delta t)$ à l'instant $t + \Delta t$ et on peut réitérer cette méthode autant de fois que l'on souhaite.

Précision : plus Δt est petite, meilleure est l'approximation.

Activité d'exploitation 3 p. 244 · Exercice 39 p. 255

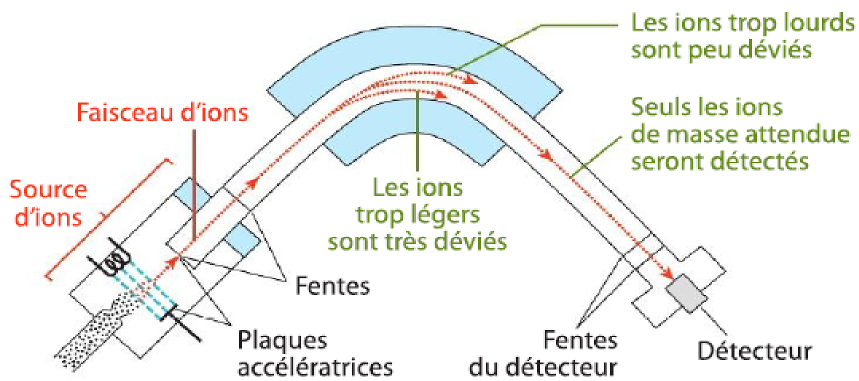
d. Importance de la masse du système

La masse du système intervient dans la deuxième loi de Newton (doc. 7).

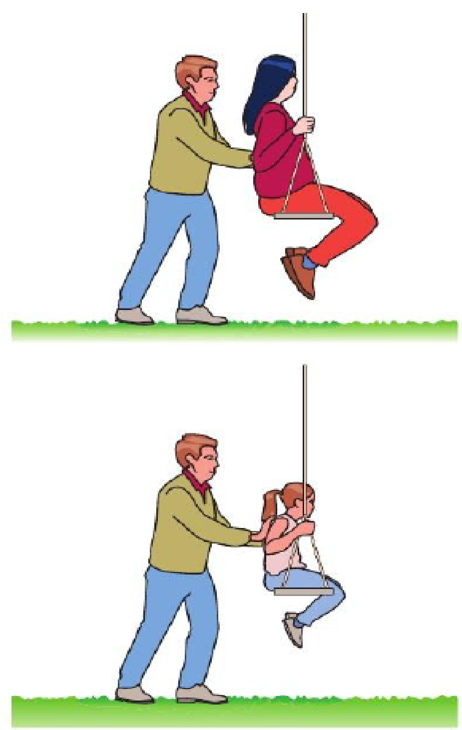
Plus la masse du système est grande, plus la variation du vecteur vitesse est faible, pour une même somme des forces appliquées.

Exemple

Un spectrographe de masse utilise la dépendance entre masse et variation de vitesse pour déterminer la masse de particules ou d'ions. Une fois accélérés, les ions sont déviés par des aimants. Plus l'ion est lourd, moins grande est sa déviation par action de la force magnétique.



Exercice 28 p. 253



Doc. 7 Avec une même force de poussée, l'effet est plus grand si la masse du système est plus petite.

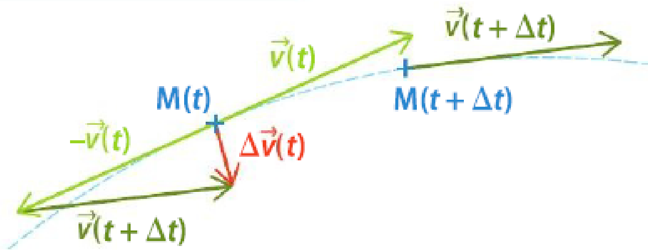
* L'essentiel *

MOUVEMENT ET VITESSE

La variation du vecteur vitesse d'un système pendant une durée Δt est :

$$\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$$

Pour une chronophotographie, $\Delta\vec{v}(t)$ est construit ainsi :



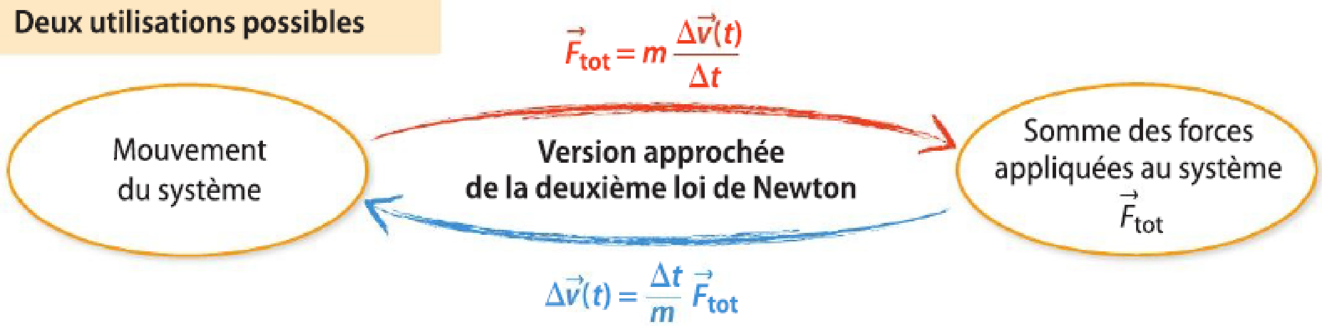
RELATION ENTRE FORCES ET VARIATION DE VITESSE

Version approchée de la deuxième loi de Newton

$$\vec{F}_{tot} = m\,\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$$

- $\vec{F}_{tot}$: Somme des forces appliquée au système. Sa norme s'exprime en newtons (N) (ou en kg·m·s^{-2}).
- m : Masse du système en kilogrammes (kg)
- $\Delta\vec{v}(t)$: Variation du vecteur vitesse pendant la durée Δt. Sa norme s'exprime en mètres par seconde (m·s^{-1}).
- Δt : Écart de temps en secondes (s)

Deux utilisations possibles



Influence de la masse

Pour la même force totale appliquée, la variation du vecteur vitesse est d'autant plus grande que la masse du système est petite.